



TITLE:

Ordinary and Anomalous Thresholds in Perturbation Theory(Abstract_要旨)

AUTHOR(S):

Nakanishi, Noboru

CITATION:

Nakanishi, Noboru. Ordinary and Anomalous Thresholds in
Perturbation Theory. 京都大学, 1960, 理学博士

ISSUE DATE:

1960-03-23

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/210712>

RIGHT:

| 氏 名 | 中 なか | 西 にし | 襄 のほろ |
|---------|--|---------|----------|
| 学位の種類 | 理 | 学 | 博 士 |
| 学位記番号 | 理 | 博 | 第 18 号 |
| 学位授与の日付 | 昭 和 | 35 年 | 3 月 23 日 |
| 学位授与の要件 | 学位規則第5条第1項該当 | | |
| 研究科・専攻 | 理学研究科物理学専攻 | | |
| 学位論文題目 | Ordinary and Anomalous Thresholds in Perturbation Theory (摂動論における常および異常しきい値) | | |
| | (主 査) | | |
| 論文調査委員 | 教授 湯川 秀樹 教授 小林 稔 教授 小堀 憲 | | |

論 文 内 容 の 要 旨

場の理論における分散公式の公理的証明に関連して、最近 Karplus その他の研究者は摂動論の最低次の解析的性質を分析し、つぎのような結果をえた。すなわち、散乱行列の吸収部分のエネルギー・スペクトルは、従来信じられていたように可能な中間状態のエネルギーによってきまるとは限らず、一般には「異常しきい値」(anomalous threshold) が現われて、スペクトルが期待されたものよりも延びることがあることを見出したのである。したがって、この種の異常しきい値がどのような場合にどのように現われるのか、また物理的に期待される「常しきい値」(ordinary threshold) も果たして本当に常に特異点に対応しているかどうかという点をもっと一般的に厳密に検討する必要があると考えられる。中西 襄は、参考論文その1で求めた一般の Feynman 図に対応する行列要素のパラメーター積分表示の正確な形を利用して、常および異常しきい値の一般的な研究を行なった。分析の手順の概略はつぎのとおりである。

まず、 α 本の内線より成る任意の Feynman 図 G (摂動展開の一般項) を考える。この図に対応する一般項の解析性の問題においては、すべての粒子はスカラーとしてじゅうぶんである。したがって、 G の内線には、つぎの Propagator:

$$1/\{(p_i+q_i)^2+m_i^2-i\epsilon\} \quad (i=1, 2, \dots, \alpha) \quad (1)$$

が対応する。ここに、 p_i , q_i , m_i はそれぞれ積分運動量・定数運動量および質量を示す。独立な p_i の数を n とすると、 G に対応する行列要素は (1) の α 個の積の $4n$ 重積分に比例するが、一般化された Feynman の恒等式:

$$1/\prod_{i=1}^{\alpha} A_i = \int dx / \left[\sum_{i=1}^{\alpha} x_i A_i \right]^{\alpha}, \quad (2)$$

ただし,

$$dx = \delta\left(1 - \sum_{i=1}^{\alpha} x_i\right) \prod_{i=1}^{\alpha} dx_i, \quad x_i \geq 0 \quad (3)$$

を用いてこの積分を遂行すれば、その結果は

$$\int dx / \left[U^2(x) \{V(q, x) - i\epsilon\}^{\alpha-2n} \right] \quad (4)$$

のような形になる。ここに、 $U(x)$ は x のみの関数で、その解析的な性質は $V(q, x)$ によって決定される（具体的な形は、参考論文その 1 に与えられている）。一般的にいえることは、(3) で許される領域の x に関する V の極小点がちょうど $V=0$ で起こる場合に特異点、すなわち「しきい値」が現われ、とくにそれが最小値である場合、最低しきい値すなわちスペクトルの端点を与える常しきい値になることが示される。 V は閉領域 (3) で連続で、したがって確かに最小値を有することが証明されるが、 $\partial V / \partial x_j$ は $x_j=0$ で連続でないことが注意されている。さて、 $V=0$ の極小点では

$$\partial V / \partial x_i = 0 \quad (i=1, 2, \dots, r) \quad (5)$$

$$x_j = 0 \quad (j=r+1, \dots, \alpha) \quad (6)$$

であることが必要である。しかし、この解は、一般には特異点に対応しない鞍部点をもふくむので、さらにこの停留値近傍の積分の具体的な振舞いを調べなければならないことになる。その結果えられた結論はつぎのとおりである。

(a) 「常しきい値」は、 $\{1, 2, \dots, r\}$ がちょうど G を二分する場合（いわゆる中間状態）であって、 $x_i \propto 1/m_i$ において現われ、確かに常に極小値を与える。すなわち、この場合には、期待どおり特異点に対応している；

(b) 「異常しきい値」は、 $\{1, 2, \dots, r\}$ が G を二分するより以上の線をふくむときにのみ起こり得る；

(c) $r+1, \dots, \alpha$ の各線をそれぞれ 1 点に収縮してえられる図の実効的な外線運動量がユークリッド的である場合（これは「常しきい値」以外では常に unphysical region においてのみ可能である）、(5) の停留値は確かに極小値を与える。また、最低次の図では、逆にこれがユークリッド的であることが、極小であるための必要条件でもあるということも証明される。

(d) 最も低い「常しきい値」が V の最小値を与えるための条件から、「異常しきい値」の現われないための条件式がえられる。この結果は、最低次の特別な図について著者が以前にえた条件式の一般化を与えている。

以上の結論は、これまでの正統的な場の量子論のわく内で、数学的に厳密な基礎の上にたって、きわめて一般的に導かれたものであり、場の量子論の今後の発展に重大な寄与をなすものである。この研究公表後わずかばかり経過してから、Landau も同様な研究を独立に遂行したのであるが、Landau は著者が導出した一般公式を利用していないために、その議論は厳密性を欠いているばかりでなく、前述の停留値近傍での積分の振舞いに関する最も重要な議論を逸している点でふじゅうぶんである。その意味でも、本論文は、この方面におけるこれまでの研究において卓抜した地位を占めているものである。

論文審査の結果の要旨

主論文は、場の量子論における分散公式の厳密な証明の不可能性に関して、最近 Karplus らが指摘した、散乱行列の行列要素に現われる「異常しきい値」(anomalous threshold) の問題を取り扱ったものである。これらの人たちは、vertex part の摂動最低次項を調べて、散乱の行列要素のエネルギー・スペクト

ルが、従来信じられていたように可能な中間状態のエネルギーによって決定されるものとは一致しない場合のあり得ることを指摘した。このような場合に現われるスペクトルの端点は、 “異常しきい値” と呼ばれているが、中西 襄は、彼自身が1956年に導出した散乱行列要素に対するパラメーター積分による一般公式を駆使して、 “常および異常しきい値” がどのような本質のものであるか、どのような条件のもとで現われるかという問題に対して、きわめて一般的かつ有効な結論を導くことに成功したのである。この結論は、場の量子論に対して重大な寄与をなすものであると同時に、著者が、厳密な数学的解析を駆使して、問題の本質を解明する卓越した力量をもっていることを示している。なお、この主論文公表後わずかばかり経過したときに、Landau も独立に同様な研究を公表したのであるが、著者の結論にくらべると、Landau の “しきい値” に対する条件はふじゅうぶんであるばかりでなく、その導出過程にも厳密性を欠く点がある。このことは、この主論文がこの方面の研究において卓越したものであることを物語っているものである。

参考論文その1は主論文で利用している一般公式を導出したものであるが、くりこみ理論の完全性の証明に際して Dyson が用いた紫外発散の判定の定理に対する証明が妥当でないことを同時に指摘し、一般公式を利用した厳密な証明を与えている。

参考論文その2においては、摂動論において赤外発散の生じる原因は、質量零の propagator による真の pole (第1種) のほかに、それによって誘起される第2種の pole がつけ加わることにあることを指摘し、赤外発散の cancellation は、実はこのような第2種の pole がすべて消失することによって起こることを、量子電磁力学に限定することなく全く一般的に、証明している。現在の場の理論の修正を意図する場合、この種の cancellation の機構は、一つの一般的な criterion を与えるであろうという意味で興味のある論文である。

参考論文その3およびその4は Araki, Munakata らによる不安定粒子のくりこみの解析接続による方法を、さらに状態ベクトルにまで拡張し、不安定粒子に対応する複素固有値の固有状態を定義するものとして複素超関数という新しい数学的概念を導入しようとする試みである。しかし、この状態はノルムが零であって、その意味では現実性が少ないので、それをある程度近似的に表現した状態として物理的な不安定粒子の状態が定義されている。この近似的状態は、不安定粒子としての物理的要請(たとえば、崩壊の仕方)を満たしているとともに、有限時間かかって生成された不安定粒子という描像によって従来の理論から導かれたものと一致すること、およびこの状態についてくりこみを consistent に行ない得ることが示されている。この論文で示されている近似的状態としての不安定粒子状態という概念は、従来この主題について数多くの研究がなされたにもかかわらず未解決のままで残されていた問題に対して、明快な解決を与えているという意味できわめて重要であるが、ここに試みとして提出されている複素超関数という概念は、場の量子論の拡張にあたって indefinite metric をもった Hilbert 空間の問題と関連して興味深いものを示唆している。

参考論文その5においては、Bremmermann らによって行なわれた公理的な方法による $N-K$, $K-N$ 等の系についての分散公式の不可能性の証明を拡張し、参考論文その1の一般公式を利用して、摂動論の一般項についての分散公式の証明を試みている。その結果、分散公式の成り立つのは、 $\pi-\pi$, $\pi-K$,

$\pi-N$, $\pi-\Lambda$, $\pi-E$, $K-K$, $N-N$, $\Lambda-\Lambda$, $N-E$, $K-N$, $K-\Lambda$ 等であること、これに反し、 $N-\Lambda$, $N-E$, $\Sigma-\Sigma$, $\Lambda-E$, $\Sigma-E$ 等では、いわゆる「異常しきい値」が現われて分散公式が成立しないことを示しているが、この結果はだいたい期待どおりであるともいえるであろうが、はじめて厳密な証明を行なった点で、この論文は重要である。

参考論文その 6、その 7 およびその 8 は核子の電磁的構造に関する最近の実験結果が中間子論によってどの程度説明されるかを総合的に検討する目的の共同研究に著者が参加した際の成果である。核力の比較的外側の部分が効いてくるひろがりの問題に対して、この領域では摂動論が妥当であるという前提のもとに精密な分析を行なっている。とくにアイソ荷電スカラー部分の 3π 状態の寄与は、きわめて重要であることが従来指摘されていたにもかかわらず、計算の見通しがたたないままに手がつけられていなかったものであるが、参考論文その 1 の一般積分公式を用いることによって、非常に見通しよく計算を遂行し得ることを示しており、数値計算の結果、従来手がつけられていなかった困難が解決される可能性があることを示している（参考論文その 7）。参考論文その 8 では、その 7 で求められている 3π 状態の寄与の static limit を、著者が考案した新しい方法で計算し、Bosco-De Alfaro が求めた P 波のみの計算と比較して S 波の効果を算出し、散乱の場合のようにそれが不当に大きい値を与えることなく、常に 20% 以下であるという注目すべき結果がえられている。これらの結果からみて、この共同研究において著者の果たした役割は中枢的な重要性をもつものと判定されると同時に、この共同研究の成果は、著者が単に数学的理論形成の問題に対してだけでなく、問題の物理的な面に対してもじゅうぶんな知見をもっていることを示している。

要するに、中西 襄は堅実な研究態度によって場の量子論の基礎的な研究に対して重要な寄与をなしたものであり、とくに主論文に示されている研究成果は、単に分散公式の適用性の問題だけでなく、場の量子論の今後の発展に際して数学的な基礎づけを与えるものとして重大な意義をもっている。よって、本論文は理学博士の学位論文として価値あるものと認める。

〔主論文公表誌〕

Progress of Theoretical Physics, Vol. 22 (1959), No. 1

〔参考論文〕

1. General Integral Formula of Perturbation Term in the Quantized Field Theory
(場の量子論における摂動項の一般積分公式)
公表誌 Progress of Theoretical Physics, Vol. 17 (1957), No. 3
2. General Theory of Infrared Divergence
(赤外発散の一般論)
公表誌 Progress of Theoretical Physics, Vol. 19 (1958), No. 2
3. A Theory of Clothed Unstable Particles
(着物を着た不安定粒子の理論)
公表誌 Progress of Theoretical Physics, Vol. 19 (1958), No. 6

4. A Theory of Clothed Unstable Particles, II
(着物を着た不安定粒子の理論 II)
公表誌 Progress of Theoretical Physics, Vol. 20 (1958), No. 6
5. On the Validity of Dispersion Relations in Perturbation Theory
(摂動論における分散公式の妥当性について)
公表誌 Progress of Theoretical Physics, Vol. 21 (1959), No. 1
6. Electromagnetic Structure of the Nucleon, I
(核子の電磁構造 I)
(緋田吉良ほか2名と共著)
公表誌 Progress of Theoretical Physics, Vol. 22 (1959), No. 2
7. Electromagnetic Structure of the Nucleon, II
(核子の電磁構造 II)
(緋田吉良ほか2名と共著)
公表誌 Progress of Theoretical Physics, Vol. 22 (1959), No. 3
8. Electromagnetic Structure of the Nucleon, III —Static Limit and S-Wave Effects—
(核子の電磁構造 III —スタティック極限とS波効果)
(緋田吉良と共著)
公表誌 Progress of Theoretical Physics, Vol. 22 (1959), No. 6